

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ  
„ADOLF HAIMOVICI”***Ediția a XXVIII-a***ETAPA JUDEȚEANĂ – 7 martie 2026****Clasa a IX-a – Secțiunea H1 – Filieră tehnologică****Subiectul 1. (20 puncte)**

Se consideră ecuația  $ax^2 + bx + c = 0$ ,  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$ , având rădăcinile  $x_1$  și  $x_2$ .

- Arătați că dacă numerele reale nenule  $a, b$  și  $c$  sunt în progresie geometrică, în această ordine, atunci ecuația nu are rădăcini reale.
- Determinați numerele reale  $a, b, c$ , unde  $a > 0$ , pentru care  $a, x_1, b, x_2, c$  sunt termeni consecutivi ai unei progresii aritmetice.
- Dacă  $b = a + c$  și  $0 < c < 2a$  arătați că  $|x_1 - x_2| < 1$ .

**Subiectul 2. (20 puncte)**

Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , cu proprietatea  $f(x + a) \leq x \leq f(x) + a$ ,  $(\forall)x \in \mathbb{R}$  și  $a$  un parametru real fixat.

- Arătați că  $f(x) = x - a$ ,  $(\forall)x \in \mathbb{R}$ .
- Determinați numerele naturale nenule  $n$  pentru care  $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n) \geq \frac{n^2 + n - 6a}{2}$ .
- Determinați  $a \in \mathbb{R}^*$  pentru care graficul funcției  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = a \cdot f(x)$  formează cu axele de coordonate  $Ox$  și  $Oy$  un triunghi cu aria  $A=4$ .

**Subiectul 3. (20 puncte)**

Coardele  $AB$  și  $CD$  ale unui cerc de centru  $O$  sunt perpendiculare și se intersectează în punctul  $P$  iar  $M$  este piciorul perpendicularei din  $O$  pe  $AB$ .

- Demonstrați că  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{OP}$ .
- Demonstrați că  $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = 2\overrightarrow{PM}$ .
- Arătați că  $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{PO}$ .

**Subiectul 4. (30 puncte)**

Trei sate  $A, B$  și  $C$  sunt situate astfel încât, observate dintr-o dronă, se constată că pozițiile lor formează un triunghi dreptunghic în  $A$ , iar o gară  $G$  este situată între satele  $B$  și  $C$  (pe segmentul  $BC$ ).

Măsurătorile făcute au condus la următoarele rezultate:  $AB = 2(\sqrt{6} + \sqrt{2})$  km,  $\widehat{ABC} = \widehat{GAC} = 15^\circ$ .

- Demonstrați că  $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ .
- Determinați lungimile drumurilor de la gara  $G$  la fiecare dintre cele trei sate (se admite că drumurile dintre localități sunt segmentele  $GA, GB$  și  $GC$ ).
- Bogdan pleacă la ora 06:33 din satul  $B$  pentru a ajunge la gară, dar pentru că drumul  $BG$  este închis, trebuie să treacă prin satul  $A$ . Drumul din satul  $B$  în satul  $A$  îl parcurge cu un scuter cu viteza de 38 km/h, iar drumul din satul  $A$  la gară îl parcurge pe jos mergând cu viteza de 6 km/h. Știind că trenul în care trebuie să urce Bogdan pleacă la ora 07:10, stabiliți dacă Bogdan ajunge la timp la gară. (se vor utiliza valorile aproximative  $\sqrt{2} \cong 1,4$  și  $\sqrt{6} \cong 2,4$ ).

**Notă:**

Timp de lucru 3 ore; toate subiectele sunt obligatorii; se acordă 10 puncte din oficiu.

Punctajul maxim este de 100 de puncte.